Metodo di Cramer

Consideriamo il sistema lineare **2 equazioni - 2 incognite**:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$$

In base al metodo di Cramer si considerano 3 matrici:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{bmatrix} \qquad A_x = \begin{bmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{bmatrix} \qquad A_y = \begin{bmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{bmatrix}$$

Le soluzioni del sistema, se esistono, sono date da:

$$x = \frac{\det(A_x)}{\det(A)} \qquad y = \frac{\det(A_y)}{\det(A)}$$

Nel caso di un sistema lineare **3 equazioni – 3 incognite**

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \end{cases}$$

si considerano:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix} \qquad A_x = \begin{bmatrix} d & b & c \\ d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix} \qquad A_y = \begin{bmatrix} a & d & c \\ a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \end{bmatrix} \qquad A_z = \begin{bmatrix} a & b & d \\ a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \end{bmatrix}$$

quindi:

$$x = \frac{\det(A_x)}{\det(A)} \qquad y = \frac{\det(A_y)}{\det(A)} \qquad z = \frac{\det(A_z)}{\det(A)}$$

Per **N equazioni – N incognite** si procede analogamente usando la matrice A ed N matrici A_i,

calcolandone i determinanti e quindi le soluzioni con i rapporti $x_i = \dfrac{\det(A_i)}{\det(A)}, \ \forall \ i = 1, 2, \ldots N$.

OSS:

- Se $\det(A) \neq 0$ il sistema è **determinato**
- Se $\left(\det(A) = 0\right) \wedge \left(\det(A_x) \neq 0 \vee \det(A_y) \neq 0 \vee \det(A_z) \neq 0 \vee \ldots\right)$ il sist. è **impossibile**
- Se $\left(\det(A) = 0\right) \wedge \left(\det(A_x) = 0 \wedge \det(A_y) = 0 \wedge \det(A_z) = 0 \wedge \ldots\right)$ il sist. è **inderminato**.